

Recenzja rozprawy doktorskiej mgr **Macieja Kalki**
p.t. *Zastosowanie metod entropowych do badania*
dynamiki stanów w ‘małych’ układach kwantowych
– *ujęcie przestrzenno -fazowe*

Praca doktorska pana mgr Macieja Kalki, ukończona w Krakowie w styczniu 2026, dotyczy podstaw teorii kwantowej, a ta tematyka mieści się w dyscyplinie *Nauki Fizyczne*. Wykorzystując formalizm funkcji Wignera oraz równanie Moyala autor analizuje ewolucję w czasie układów kwantowych w przestrzeni fazowej i bada stopień nieklasyczności rozważanych stanów kwantowych. Wybrana tematyka badań należy do aktualnego działu mechaniki kwantowej ze względu na możliwe zastosowania w teorii informacji kwantowej.

Recenzowana rozprawa doktorska osadzona jest na podstawie pięciu prac opublikowanych już prac, z których dwie ukazały się w renomowanych czasopismach międzynarodowych: *Physical Review A* oraz *New Journal of Physics*. Warto także podkreślić, iż mgr Kalka jest także współautorem czterech dalszych artykułów, dotyczących innych dyscyplin naukowych.

Recenzowana rozprawa starannie napisana w języku polskim liczy 85 stron tekstu łącznie z dość obszernym spisem literatury i składa się z rozdziału wstępnego, trzech zasadniczych rozdziałów pracy oraz czterech wartościowych dodatków z zestawieniem stosowanego formalizmu matematycznego oraz opisem opracowanego kodu obliczeń numerycznych. W krótkim wprowadzeniu, autor zwięźle omawia metody przestrzeni fazowej używane w mechanice kwantowej oraz jasno formułuje cel i zakres rozprawy, a także przedstawia jej strukturę.

ul. St. Łojasiewicza 11

PL 30-348 Kraków

tel. +48(12) 664-46-99

+48(12) 664-45-97

e-mail:

sekret@th.if.uj.edu.pl

W drugim rozdziale pracy doktorant szczegółowo przedstawia metody analizy układów kwantowych z wykorzystaniem pojęcia przestrzeni fazowej. W szczególności omawia funkcje Wignera, symbole Weyla oraz równanie Moyala i metody jego rozwiązywania. Kluczowym rozważanym zagadnieniem jest dynamika układu kwantowego pod wpływem pola elektromagnetycznego obrazowana w przestrzeni fazowej. Autor przedstawia metody numerycznego rozwiązywania układu równań Moyala-Poissona dla potencjałów zależnych od czasu przy wykorzystaniu przybliżeń faktoryzacji Stranga i China. W końcowych częściach tego rozdziału opisano kompletny algorytm rozwiązywania tego układu równań czytelnie przedstawiony w schemacie blokowym na Rys 2.1. Jednakże, jak autor stwierdza w podrozdziale 2.6.3, z powodu znacznych kosztów obliczeniowych nie udało mu się zaimplementować pełnej wersji tego samouzgodnionego algorytmu, a przedstawione w dalszej części rozprawy wyniki numeryczne uzyskano przy pomocy algorytmu przybliżonego jasno opisanego w dodatku A.4. Jednakże nie jest jasne czy i jak udało się oszacować błędy stosowanego przybliżenia.

Oryginalne wyniki autora dotyczące miary nieklasyczności stanów kwantowych oparte o własności funkcji Wignera i ich ewolucji w czasie przedstawiono w rozdziale 3. Dla danego modelu fizycznego autor rozważa entropie Rényiego-Wehrla oraz Wignera-Rényiego i pokazuje na związek z topologicznymi przejściami fazowego. W szczególności, pokazano na interesujące własności entropii Wignera-Rényiego rzędu $\alpha=1/2$, którą można powiązać z ujemnością funkcji Wignera.

Ciekawym rezultatem rozprawy jest znalezienie dolnego ograniczenia na wartości entropii Wignera-Rényiego uzyskane przy pomocy twierdzenia Lieba dotyczącego uogólnionych norm funkcji Wignera. Dolne ograniczenie entropii wysycane jest jedynie przez stany kwantowe odpowiadające gaussowskiej funkcji Wignera, a więc różnica wartości entropii od tego ograniczenia niesie informację o nieklasyczności badanego stanu.

Innym istotnym wynikiem jest wykazanie monotoniczności entropii Wignera-Rényiego względem parametru $\alpha \geq 0$. Powyższe rezultaty

wykorzystano przy badaniu dynamiki rodziny stanów Schrödingera oddziałujących z barierą potencjału. Analizując dynamikę poszczególnych stanów kwantowych zbadano także ewolucję ich parametrów nieklasyczności.

W czwartym rozdziale pracy przedstawiono analizę transferu protonu w parze zasad adenina-tymina. Wykorzystując techniki przestrzeni fazowej autor opisał proces tunelowania protonu oraz przedstawił widmo mocy współczynnika tunelowania. Wykorzystując formalizm stanów Floqueta zadano modyfikację widma pod wpływem zmiennego pola elektromagnetycznego. Rozprawa kończy się omówieniem uzyskanych wyników i naszkicowaniem perspektyw dalszych badań umieszczonych w jej ostatnim, krótkim rozdziale.

Recenzowana praca doktorska została napisana przejrzysto i jest dobrze zredagowana. Recenzentowi trudno było dopatrzeć się usterek redakcyjnych lub błędów literowych. Przedstawiona lista referencji świadczy o dobrej znajomości aktualnej literatury przedmiotu. Przygotowując rozprawę autor wykazał się szeroką wiedzą w zakresie mechaniki kwantowej oraz wykorzystania technik numerycznych do przeprowadzenia skomplikowanych obliczeń.

W podsumowaniu stwierdzam, że wyniki uzyskane przez autora rozprawy stanowią wkład w badania własności stanów kwantowych oraz parametrów ich nieklasyczności. Drobne uwagi krytyczne nie obniżają wartości omawianej rozprawy. Jasno określony cel pracy – zbadanie ewolucji układów kwantowych pod wpływem pola elektromagnetycznego przy wykorzystaniu technik przestrzeni fazowej – został osiągnięty, a praca zasługuje na ocenę **bardzo dobrą**. W moim przekonaniu recenzowana praca **Macieja Kalki** spełnia wymogi stawiane rozprawom doktorskim według art. 187 Ustawy z 20 lipca 2018: *Prawo o szkolnictwie wyższym i nauce* i wnoszę o dopuszczenie jej autora do dalszych etapów przewodu doktorskiego.



Karol Życzkowski