

Lublin, 28 grudnia 2025 r.

Prof. dr hab. Tadeusz Domański
Katedra Fizyki Teoretycznej UMCS
pl. M. Curie-Skłodowskiej 1
20-031 Lublin

**Recenzja rozprawy doktorskiej magistra Dibyendu Kuiri pt. „*Electronic transport and topological superconductivity in nanoscopic Josephson junctions*”
przygotowanej pod kierunkiem dr. hab. Michała P. Nowaka, prof. AGH**

Przedłożona rozprawa doktorska mgr. D. Kuiri dotyczy aktualnie ważnej problematyki inżynierii stanów związanych w planarnych złączach Josephsona, a w szczególności realizacji topologicznie nietrywialnej fazy nadprzewodzącej. Praca doktorska została przygotowana w Akademickim Centrum Materiałów i Nanotechnologii AGH w Krakowie, pod kierunkiem dr. hab. inż. Michała P. Nowaka, prof. AGH. Wyniki uzyskane przez Doktoranta mają charakter teoretyczny, ale są ściśle osadzone w kontekście przeprowadzonych już pomiarów doświadczalnych lub mają związek z możliwymi do praktycznej realizacji wariantami planarnych złączy Josephsona, uwzględniając optymalne warunki uzyskania topologicznych stanów materii z brzegowymi kwazicząstkami Majorany.

Na zasadniczą część rozprawy składają się trzy artykuły opublikowane ze współautorstwem Doktoranta, które stanowią treść rozdziałów 5-7. Dodatkowo dołączony jest krótki przewodnik (3 pierwsze rozdziały), streszczenie wyników publikacji (rozdział 4) oraz podsumowanie pracy (rozdział 8) i bibliografia, dotycząca omawianej problematyki. Postaram się odnieść do poszczególnych fragmentów tej rozprawy doktorskiej.

Rozdział pierwszy naświetla główne zagadnienia badawcze. Doktorant klarownie sformułował konkretne zadania, do których należały (1) opracowanie modelu do analizy stanów związanych powstających w obecności pola magnetycznego na planarnych złączach Josephsona, (2) zbadanie wpływu efektów spinowych na powstawanie topologicznego



nadprzewodnictwa i określenie jego charakterystycznych oznak w pomiarach nielokalnego przewodnictwa, (3) oryginalną propozycję stabilizacji fazy topologicznej poprzez wydłużenie złącza Josephsona i dołączenie pobocznych elektrod nadprzewodzących.

W dalszej części pierwszego rozdziału przedstawiono zarys konwencjonalnego nadprzewodnictwa w ujęciu równań Bogoliubova - de Gennesa, przedstawiono istotę stałoprądowego i zmiennoprądowego efektu Josephsona, opisano mechanizm odbić Andreeva na złączach metal-nadprzewodnik oraz powstawania stanów związanych na złączu dwóch nadprzewodników. Doktorant podał informację o współczynnikach transmisji i odbicia w oparciu o teorię Blondera, Tinkhama i Klapwijk'a oraz przedyskutował wpływ szerokości bariery oddzielającej nadprzewodniki w złączu Josephsona na energie stanów związanych, a także na fazowo-zależny prąd tunelowania. W tej części rozprawy niezbyt konsekwentnie został wprowadzony wzór (1.26), gdzie brakuje wyjaśnienia co oznaczają dolne indeksy i . Oczywiście można domyśleć się, że chodzi o różne kanały rozproszeniowe charakteryzowane współczynnikami transmisji τ_i . Podrozdział 1.5 opisuje warunki niezbędne do uzyskania topologicznego nadprzewodnictwa w nanodrutach (z silnym oddziaływaniem spin-orbita i w obecności pola magnetycznego) umieszczonych w kontakcie z konwencjonalnym nadprzewodnikiem. Doktorant opisał następnie geometrię planarnego złącza Josephsona z wbudowaną cienką warstwą metaliczną osadzoną na podłożu półprzewodnika i z polem magnetycznym przyłożonym wzdłuż interfejsu. W takich warunkach różnica faz parametrów porządku jest wygodnym czynnikiem kontrolującym charakter stanów związanych w cienkiej warstwie metalicznej, w szczególności prowadząc do pojawienia się brzegowych stanów Majorany. Ten rodzaj konfiguracji był przedmiotem bardziej szczegółowej analizy, która jest opisana w rozdziałach 6 oraz 7.

Rozdział drugi przedstawia zarys formalizmu Landauera-Buttikera, który jest przydatny do analizy zjawisk transportowych w strukturach niskowymiarowych. Doktorant zilustrował ten rodzaj podejścia na przykładzie układu dwu-terminalnego, wyrażając natężenie prądu tunelowania przez mezoskopowy obszar centralny za pomocą współczynnika transmisji i wskazał możliwy sposób jego określenia z macierzy rozpraszania. W szczególności podano wyrażenie na przewodnictwo różniczkowe w granicy niskich temperatur i małego napięcia. W podrozdziale 2.2.2 uogólniono ten formalizm na przypadek złącza metal-nadprzewodnik, uwzględniając istotny wkład odbić Andreeva do transportu ładunkowego w obszarze podprzerwowym $|E| < \Delta$.



Kolejny rozdział ma charakter metodologiczny. Do badania charakterystyk transportowych oraz widma energetycznego stanów związanych Doktorant posługiwał się pakietem **KWANT**. W rozdziale trzecim przedstawiono ogólny algorytm tego podejścia.

Na treść rozdziału 4 składa się krótki zarys problematyki badawczej opisanej w trzech publikacjach Doktoranta. Wspominane artykuły naukowe stanowią treść rozdziałów 5-7. Przedstawię poniżej ważniejsze (z mojego punktu widzenia) wyniki, które są analizowane przez Doktoranta w tych artykułach naukowych.

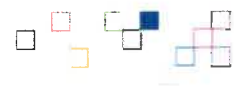
Publikacja C.M. Moehle et al, Nano Letters **22**, 8601 (2022) powstała ze współautorstwem Doktoranta w oparciu o pomiary doświadczalne stanów związanych Andreeva na złączu Josephsona (którego schemat przedstawia rysunek 1a) uzyskane przez grupę z Uniwersytetu Technicznego w Delft [Holandia]. Zasadniczym przedmiotem badań było określenie wpływu pola magnetycznego skierowanego prostopadle do planarnego złącza Josephsona na energię stanów związanych, ze szczególnym uwzględnieniem wpływu potencjału wektorowego na przestrzenną zmianę poziomów Andreeva wzdłuż interfejsu. Pomiary przewodnictwa różniczkowego przeprowadzone na kontaktach w skrajnych punktach interfejsu (oznaczonych w pracy jako *bottom* i *top*) wykazały przesunięcie stanów Andreeva o identyczną co do wartości bezwzględnej wartość lecz przeciwny znak. Do uzasadnienia tego zjawiska Doktorant wraz z Promotorem zaproponowali model teoretyczny, który dobrze odtwarza podstawowe cechy obserwowanego zjawiska.

Szczegóły zaproponowanego scenariusza są opisane w materiale suplementarnym. Interfejs złącza Josephsona o długości l (tzn. odległości między nadprzewodnikami) oraz szerokości w (czyli odległością między skrajnymi punktami, gdzie dokonano pomiarów) potraktowano jako obszar jednorodnie rozlokowanych M stanów związanych Andreeva generujących superprąd. Do obliczeń energii stanów Andreeva zastosowano standardowe wyrażenie (1), zakładając prawie doskonały współczynnik transmisji ($\tau=0,99$) i określając lokalną wartość różnicy fazy z uwzględnieniem wkładu od wyrazu Peierls'a. W układzie pomiarowym elektrody nadprzewodzące były uformowane w kształt pętli, przez którą przenikał strumień pola magnetycznego. Kinetyczną indukcyjność złącza Josephsona oszacowano doświadczalnie na 321 pH. Obliczenia energii stanów związanych przeprowadzono dla zestawu parametrów przedstawionych w tabeli (S1), nakładając warunek minimalizacji energii swobodnej złącza. Wyniki numeryczne przedstawione na rysunku (S6) wskazały, że skręcenie poziomów Andreeva realizuje się tylko w przypadku uwzględnienia niezerowej indukcyjności złącza w obecności lokalnie przesuniętej różnicy



fazowej ϕ_n . Przesunięcie poziomów Andreeva wyznaczone dla skrajnych punktów interfejsu w funkcji przyłożonego pola magnetycznego przedstawia rysunek 2c głównej części artykułu. Obliczenia przewodnictwa różniczkowego przeprowadzono dla omawianego układu przy użyciu pakietu **KWANT**, uwzględniając dodatkowo elektrody normalne dołączone do peryferyjnych części interfejsu (rysunek S7). Rolę efektów rozproszeniowych, odpowiedzialnych za średnią drogę swobodną, modelowano przypadkowym potencjałem na węzle (tzw. *random on-site disorder*). Reprezentatywne wyniki przedstawiono w publikacji na rysunku 4 oraz w materiale suplementarnym na rysunkach S8 (dla przypadku balistycznego) i S9 (dla wybranych wartości średniej drogi swobodnej). Autorzy wyznaczyli przestrzenne profile superprądów (dryfu par Coopera). Do interesujących wyników zaliczyłbym również zestawienie charakterystyk stanów Andreeva w zakresie słabego i silnego pola magnetycznego.

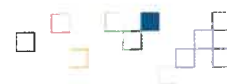
Kolejna publikacja D. Kuiri & M.P. Nowak, *Phys. Rev. B* **108**, 205405 (2023) koncentruje się na analizie spinowo-spolaryzowanych stanów związanych oraz charakterystykach nielokalanego przewodnictwa prądu ładunkowego w planarnym złączu Josephsona, gdzie może realizować się faza topologiczna. Na badany układ składają się dwie elektrody nadprzewodzące rozdzielone wąskim obszarem metalicznym, w którym występuje silne oddziaływanie spin-orbita typu Rashby. Topologicznie nietrywialna faza nadprzewodząca może być wygenerowana w badanej konfiguracji przy użyciu pola magnetycznego skierowanego wzdłuż interfejsu, którego wartość zależy od różnicy faz między nadprzewodnikami. Optymalne warunki zachodzą dla różnicy faz o wartości π . Celem obecnej pracy było wskazanie możliwego sposobu identyfikacji przejścia w stan topologiczny na podstawie odwrócenia znaku nielokalnego przewodnictwa prądu płynącego przez planarne złącze Josephsona umieszczone pomiędzy zewnętrznymi elektrodami normalnymi. Autorzy zbadali też fazową zależność stanów związanych izolowanego złącza. Reprezentatywne wyniki numeryczne są przedstawione na rysunku 2 dla realistycznych parametrów układu w obecności pola magnetycznego 0,5 T. Uzyskane wyniki wskazują na występowanie fazy topologicznej w pewnym zakresie różnicy faz wokół $\pm \pi$. Oznaką przejścia topologicznego jest inwersja stanów związanych (panel a), której towarzyszy odwrócenie znaku nielokalnego przewodnictwa (panele b, c). W układach trójelektrodowych takie odwrócenie znaku świadczy o zmianie głównego kanału transportu od zwykłego tunelowania balistycznego wraz z lokalnym odbiciem Andreeva do przypadku z dominacją krzyżowych odbić Andreeva. Mam pewien problem ze zrozumieniem wykresów 1b oraz 1c



(oraz dalej 6d-f), gdzie nie jest dla mnie jasne co oznacza zależność przewodnictwa G_{12} od argumentu E . Przewodnictwo różniczkowe może zależeć od przyłożonego potencjału, jednakże w obecnym przypadku jest rozpatrywany (jak przypuszczam) przypadek liniowej odpowiedzi. Prosiłbym więc Doktoranta o doprecyzowanie znaczenia argumentu E . Kolejna moja uwaga dotyczy zagadkowej nieobecności oznak modu Majorany w widmie stanów związanych oraz w przewodnictwie różniczkowym w całym zakresie występowania topologicznego nadprzewodnictwa. Oczekiwałbym występowania takiej zerowej mody zarówno w widmie jak też w przewodnictwie zerowego napięcia. W artykule wspomniano, że powodem takiego stanu rzeczy jest bez-spinowy charakter stanów Majorany. Jest to dla mnie niejasne, gdyż mikroskopowe modele topologicznego nadprzewodnictwa w układach jedno- i dwuwymiarowych przewidują *polaryzację* modów Majorany [Phys. Rev. B **92**, 115115 (2015)]. Ponadto w literaturze specjalistycznej do jednoznacznej empirycznej detekcji stanów Majorany zaproponowano spinowo-spolaryzowaną spektroskopię Andreeva [Phys. Rev. Lett. **112**, 037001 (2014)]. Może warto byłoby rozważyć spinowo-zależny transport ładunkowy w celu detekcji brzegowych stanów Majorany dla obecnej konfiguracji. Prosiłbym o komentarze w tej kwestii podczas obrony rozprawy doktorskiej.

Ważnym elementem dyskusji przeprowadzonej w rozdziale III.B jest uwzględnienie wpływu pola skierowanego prostopadle do planarnego złącza Josephsona, stosowanego doświadczalnie do indukowania różnicy faz. W takich warunkach indukcyjność układu utrudnia osiągnięcie różnicy fazowej bliskiej wartości $\pm \pi$, która jest optymalna dla topologicznego nadprzewodnictwa. Autorzy wykazali, że tego rodzaju utrudnienia można skompensować rozszczepieniem Zeemana pochodzącym od silniejszego płaszczyznowego pola magnetycznego. Dla realistycznego zestawu parametrów przejście do fazy topologicznej zachodzi dla pól magnetycznych rzędu 1 T, co jednocześnie staje się ryzykowne dla istnienia stanu nadprzewodzącego. Uważam, że wnioski przeprowadzonej analizy teoretycznej mogą być cenną instrukcją dla doświadczalnych prób uzyskania topologicznego nadprzewodnictwa na interfejsie planarnych złączy Josephsona.

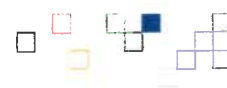
W publikacji D. Kuri, P. Wójcik & M.P. Nowak, Phys. Rev. B **111**, 085416 (2025) zbadano stabilność topologicznej fazy nadprzewodzącej względem długości planarnego złącza Josephsona, tzn. odległości między elektrodami nadprzewodzącymi. Zasadnicza koncepcja (przedstawiona w rozdziale II) uwzględnia wpływ długości złącza na przesunięcie energii stanów Andreeva poprzez wyraz Zeemana w złączach Josephsona o określonej indukcyjności, poszerzając obszar topologicznego nadprzewodnictwa wokół różnicy faz π



(co ilustruje rysunek 2). Aby szczegółowo uwzględnić wpływ tego efektu przeprowadzono obliczenia za pomocą pakietu **KWANT**, wyznaczając widmo stanów kwazicząstkowych paska metalicznego o długości 100 oraz 500 nanometrów w przypadku zerowej różnicy faz i bez pola magnetycznego. Wyniki przedstawiono na rysunku 3 (dla paska o niekończącej się szerokości) i rysunku 4 (dla obszaru metalicznego o szerokości $W_j=2 \mu\text{m}$, przekraczającej zasięg długości koherencji par elektronowych nadprzewodzących elektrod). W obu przypadkach stwierdzono pojawienie się dużej liczby modów transwersalnych w obszarze podprzerwowym $|E|<\Delta$. Wpływ tych stanów na fazową zależność stanów związanych w obecności planarnego pola magnetycznego $B = 0,2 \text{ T}$ został przedstawiony na rysunku 5. Dolny panel tego rysunku wskazuje, że wydłużenie złącza Josephsona oddala od siebie punkty inwersji stanów związanych, jednocześnie wpływając destrukcyjnie na zerowe mody Majorany. Aby zapobiec temu szkodliwemu zjawisku Autorzy zaproponowali dołączenie dwóch dodatkowych elektrod nadprzewodzących do peryferyjnych części obszaru metalicznego. W ten sposób procesy odbić Andreeva pozwalają usunąć mody transwersalne, przywracając występowanie kwazicząstek Majorany (choć nadal widoczne są pewne efekty interferencji kwantowej). Reprezentatywne wyniki dla złącza Josephsona o długości $0,5 \mu\text{m}$ przedstawia rysunek 6. Wydaje się jednak, że dalsze wydłużanie złącza wpływa na zmniejszenie przerwy (w literaturze specjalistycznej określanej jako *soft gap*) pomiędzy kwazicząstkami Majorany i trywialnymi stanami związanymi. Fizycznie oznacza to osłabienie protekcji topologicznej modów Majorany. Autorzy wskazali pośredni sposób identyfikacji przejścia topologicznego na podstawie pomiaru prądu krytycznego.

W rozdziale 8 Doktorant zwięźle podsumował uzyskane przez siebie wyniki. Ostatni fragment rozprawy doktorskiej przedstawia bibliografię (87 pozycji), która jest tematycznie związana z omawianą problematyką badawczą.

Rozprawa doktorska magistra Dibyendu Kuiri jest przygotowana bardzo starannie pod względem edytorskim. Doktorant wykazał głęboką znajomość wiedzy teoretycznej na temat stanów związanych w planarnych złączach Josephsona oraz umiejętność określania właściwości transportowych tych układów. Nie mam najmniejszych wątpliwości, że Doktorant jest w stanie samodzielnie prowadzić analizę teoretyczną tego rodzaju struktur fizycznych. Oryginalne wyniki Doktoranta opisane w rozdziałach 5-7 dostarczają cennych informacji o stanach związanych Andreeva oraz Majorany realizowanych na interfejsie planarnego złącza Josephsona dzięki współzależności nadprzewodzącego efektu bliskości,



oddziaływań spin-orbita i zewnętrznego pola magnetycznego. Doktorant przeprowadził skrupulatną analizę wpływu pola pozapłaszczyznowego, służącego zwykle do zaindukowania różnicy faz między nadprzewodnikami o kluczowym znaczeniu dla zjawiska Josephsona. We współpracy z grupą doświadczalną wykazał, że potencjał wektorowy takiego pola magnetycznego powoduje dodatkowe przesunięcie fazowe wzdłuż interfejsu złącza, prowadząc w rezultacie do skręcenia stanów związanych Andreeva. Uważam, że jest to oryginalny i bardzo ważny wynik. Kolejne osiągnięcie Doktoranta dotyczy określenia stabilności topologicznie nietrywialnej fazy nadprzewodzącej na interfejsie planarnego złącza Josephsona. Realistyczne obliczenia wykazały, że optymalne warunki przejścia topologicznego są poważnie ograniczone poprzez indukcyjność układu. Do pokonania takich utrudnień niezbędne jest przyłożenie silniejszego planarnego pola magnetycznego, co jest dość ryzykowne z powodu destrukcyjnego wpływu na parowanie elektronowe. Doktorant zaproponował modyfikację układu doświadczalnego (wydłużenie złącza i przyłożenie dodatkowych elektrod nadprzewodzących) dla poprawienia stabilności stanu topologicznego, co umożliwia realizację kwazicząstek Majorany na skrajnych obszarach złącza.

Przedłożona rozprawa doktorska spełnia wszystkie zwyczajowe oraz prawne wymagania określone w art. 187 ustawy z dnia 20 lipca 2018 r. *Prawo o szkolnictwie wyższym i nauce* (z późn. zm.) do nadania stopnia doktora w dyscyplinie **nauki fizyczne**. Na tej podstawie wnioskuję do Rady Dyscypliny Naukowej Nauki Fizyczne Akademii Górniczo-Hutniczej w Krakowie o dopuszczenie magistra Dibyendu Kuiri do publicznej obrony oraz dalszych etapów Jego przewodu doktorskiego. Biorąc pod uwagę wysoki stopień oryginalności przeprowadzonych badań oraz znaczenie opublikowanych przez Doktoranta prac (zwłaszcza w prestiżowym czasopiśmie *Nanoletters*) dla rozwoju fizyki materii skondensowanej, wnioskuję jednocześnie o wyróżnienie przedłożonej pracy doktorskiej.

Jacek Domański



